Trabajo Nº8

Fecha de entrega: 20/11/2020

Descomposición de un número en factores primos

Un número compuesto, se puede descomponer en **factores primos.**

1- Anoto los primeros números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ….
2- Ponemos el nº a descomponer con una línea vertical a su lado.
3- Del lado derecho de la línea van todos los factores primos.
4- Si el nº es par, siempre empezamos con el 2.
5- Si es impar, iremos en orden como van los nº primos, dependiendo por cuanto es divisible, aplicando las reglas de divisibilidad.
6- Una vez obtenido el nº primo, se lo dividimos al compuesto y dicho resultado lo colocamos debajo de dicho nº.
7- Si vuelve a dar par, seguimos con el dos hasta donde sea necesario.
8- Así con cada factor primo hasta llegar debajo del nº compuesto hasta 1

Ejemplo:

a)
$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \ \text{Factores Primos}$$

9- Luego de descomponer el nº, debajo colocamos el 24, en este caso, ponemos igual y esos factores primos los transformamos en potencias. Primero colocamos el 2 y en el exponente la cantidad de veces que se repite, por en este caso el 3 solo porque está una sola vez.

$24 = 2^3 . 3$

b)
$$\begin{array}{r|l} 612 & 2 \\ 306 & 2 \\ 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$612 = 2^2 . 3^2 . 17$

c)
$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$75 = 3 . 5^2$

d)
$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$45 = 3^2 . 5$

e)
$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r|l} 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$525 = 3 . 5^2 . 7$

$240 = 2^4 . 3 . 5$

Mínimo común múltiplo (m.c.m)

Es el múltiplo más pequeño que tienen en común dos o más números.

Ejemplo:

$\dot{30} = 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, \dots$

$\dot{45} = 45, 90, 135, 180, 225, 270, \dots$ Demostración

$\dot{60} = 60, 120, 180, 240, 300, 360, \dots$

m.c.m. (30, 45, 60) = 180

Otra forma más práctica de determinar el m.c.m.

$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

$30 = 2 . 3 . 5$ $\qquad 45 = 3^2 . 5$ $\qquad 60 = 2^2 . 3 . 5$

Cada número tiene su grupo de números, el m.c.m. tomamos todos los números de cada grupo y si se repiten, tomamos el más grande **(el de mayor potencia)**.

m.n.m.(30, 45, 60) = $2^2 . 3^2 . 5 = 4 . 9 . 5 = 180$

Máximo común divisor (M.C.D)

Es el divisor más grande de los divisores que tienen en común dos o más números.

Ejemplo:

Divisores de 36: $\underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}_{\text{Grupo de números}}$

Tomo el más grande de los divisores en común de los dos grupos en este caso (DEMOSTRACIÓN)

Divisores de 40: $\underbrace{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}_{\text{Grupo de números}}$

Otra forma más práctica de determinar el M.C.D.

$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

$36 = 2^2 . 3^2$ $\qquad 40 = 2^3 . 5$

En este caso, de los dos grupos de números, tomamos el factor mas chico de los que se repiten. El único que se repite es el 2 y el de menor exponente 2^2, el 3 no se repite y **NO** lo tomamos, el 5 tampoco.

M.C.D. (36, 40) = $2^2 = 4$ => el máximo común divisor de 36 y 40 es 4

Otro ejemplo

m.c.m. (6 , 8) = $2^3 . 3 = 8 . 3 = 24$

M.C.D. (6, 8) = 2

$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$

$6 = 2 . 3$ $8 = 2^3$

Aplicación de m.c.m.

a) En una fábrica, una bomba de agua arranca cada 3 horas para llenar un tanque; otra cada 4 horas y otra cada 6 horas. Si las tres arrancan al mismo tiempo ¿Cuánto tiempo tardará para que nuevamente arranquen las 3 juntas?

Bomba 1

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$3 = 3$

Bomba 2

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$4 = 2^2$

Bomba 3

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$6 = 2 . 3$

mcm $(3; 4; 6) = 3 . 2^2 = 3 . 4 = 12$

Van a volver a arrancar las tres bombas juntas cada 12 Horas

b) Por una plaza pasan 3 líneas de colectivos. Una pasa cada 30 minutos, otro cada 20 minutos y otro cada 15 minutos. Si acaban de pasar las tres líneas juntas ¿Dentro de cuánto tiempo volverán a pasar las tres líneas juntas?

Colectivo 1

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 . 3 . 5$

Colectivo 2

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$20 = 2^2. 5$

Colectivo 3

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$15 = 3 . 5$

mcm $(30; 20; 15) = 2^2. 3 . 5 = 4 . 3 . 5 = 60$

Los colectivos vuelven a pasar por el mismo lugar todos juntos cada 60 minutos.

Se aplica el mcm en estos problemas, porque nos piden que cumplan una SECUENCIA.

Aplicación del M.C.D

Un comerciante quiere repartir 150 autitos y 60 soldaditos en paquetes para realizar una promoción. Si todos los paquetes deben contener lo mismo ¿Cuál es la mayor cantidad de paquetes que puede preparar? ¿qué contendrá cada paquete?

Autitos

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$150 = 2 . 3 . 5^2$

Soldaditos

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2^2. 3 . 5$

M.C.D. $(150, 60) = 2 . 3 . 5 = 30$

Como en los dos grupos de números se repitieron el 2, el 3 y el 5, van esos tres y el de menor exponente.

La cantidad de paquetes que el vendedor puede hacer es 30 paquetes. El contenido es dividir los 150 autitos por los 30 paquetes y 60 soldaditos por 30

$150 : 30 = 5$ autitos

$60 : 30 = 2$ soldaditos

En definitiva, son 30 paquetes con 5 autitos y 2 soldaditos por paquete.

Se aplica M.C.D. en este problema, porque tenemos que dividir conjunto de cosas.

Ejercicios

1) Múltiplos y divisores

Número	Es divisible por…							
	2	3	4	5	6	9	10	15
76								
138								
972								
9080								
					x		x	x

Marcar con cruces donde corresponda aplicando las reglas de divisibilidad. En la última fila, coloca un número que coincida con las cruces marcadas.

2) Mostrar todas las formas de escribir cada número como producto de dos factores naturales (descartando los casos conmutativos) y hacer una lista de todos los divisores de dichos números.

a) 15 = ………. x ………. = ……… x ………. Divisores de 15 =

b) 36 = Divisores de 36 =

c) 120 = Divisores de 120 =

3) Factorear 36, 75, 108 y hallar el m.c.m. y M.C.D.

4) En un árbol de Navidad, las luces rojas prenden cada 6 segundos, las azules cada 8 segundos y las verdes cada 10. Acaban de prender las tres juntas.

a) Calcular cuantos segundos pasan hasta que vuelven a prender juntas…

… las rojas y azules … las rojas y verdes … las azules y verdes

b) ¿Cuánto tiempo pasa, hasta que vuelvan a prender las tres luces juntas?

c) Si se pudiera agregar luces amarillas ¿con cuál de los siguientes tiempos, habría que programarlas para que también prenda cuando coinciden los otros tres colores? ¿ porqué?

Con 14 segundos con 18 segundos con 20 segundos.

5) Si en un curso hay 20 chicas y 16 chicos ¿cuántos grupos de igual cantidad de miembros pueden formarse, como máximo? ¿Cuántos chicos y chicas hay en cada grupo?